

Module AP1 : Mécanique I
Devoir Surveillé de Mécanique I
Durée : 1 Heure 20 minutes

N.B : La justification des réponses et la clarté de la rédaction seront prises en compte.

EXERCICE 1 :

Dans un repère cartésien fixe $\mathcal{R}(Oxyz)$, un mobile M est repéré par son vecteur position :

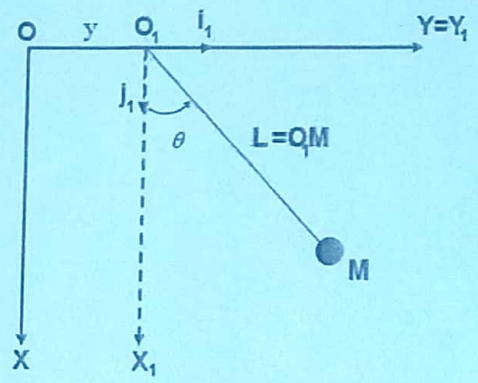
$$\vec{OM} = t \vec{i} + at^2 \vec{j}$$

a est une constante positive, t est le temps. $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est la base orthonormée directe associée à \mathcal{R}

1. Trouver l'équation de la trajectoire du mobile M . Quelle est sa nature ?
2. Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(M)$ et calculer son module.
3. Déterminer le vecteur accélération $\vec{a}(M)$ et calculer son module.
4. Exprimer le vecteur accélération $\vec{a}(M)$ dans la base de Frenet
5. Calculer le rayon de courbure r_c de la trajectoire de M .
6. Exprimer les coordonnées polaires r et θ en fonction de t .

EXERCICE 2 :

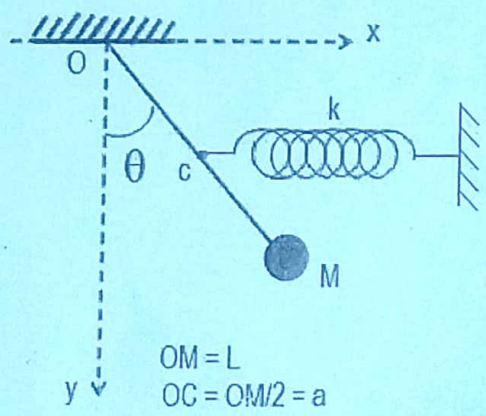
On considère un point matériel M suspendu à un fil inextensible de longueur L . Le point de suspension O_1 du pendule ainsi formé est en mouvement dans le référentiel $\mathcal{R}(O, XYZ)$ le long de l'axe OY . La position de O_1 est repérée par y . Le mouvement de M a lieu dans le plan $\mathcal{R}_1(O_1, X_1Y_1Z_1)$ le référentiel d'origine O_1 et dont les axes restent constamment parallèles à ceux de \mathcal{R} .



1. Calculer la vitesse et l'accélération de M dans \mathcal{R}_1
2. Quel est le mouvement du référentiel \mathcal{R}_1 par rapport à \mathcal{R} ? Justifier votre réponse. En déduire la valeur de $\vec{\omega}(\mathcal{R}_1/\mathcal{R})$.
3. En se basant sur votre réponse à la question 2, calculer la vitesse d'entraînement \vec{V}_e , l'accélération d'entraînement \vec{a}_e et l'accélération de Coriolis de \mathcal{R}_1 par rapport à \mathcal{R} .
4. En déduire la vitesse et l'accélération de M dans \mathcal{R} .

EXERCICE 3 :

Un système mécanique constitué par une tige de masse négligeable, reliée par un ressort de raideur k à son milieu et une petite boule de masse m à son extrémité comme représenté sur la figure. La boule est écartée d'un angle θ de sa position d'équilibre (la verticale) et on la lâche sans vitesse initiale.



1. Déterminer les expressions des énergies cinétique E_c et potentielle E_p de M . En déduire l'énergie mécanique E_m .
2. Établir l'équation différentielle régissant le mouvement de la boule M .
3. Donner la forme générale de solution (sans résoudre) en précisant le nom et l'unité des différents paramètres.